

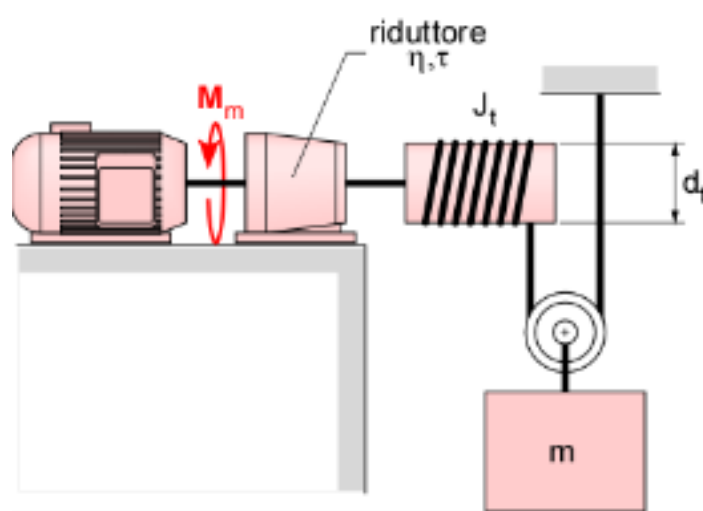
Meccanica applicata alle macchine

Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

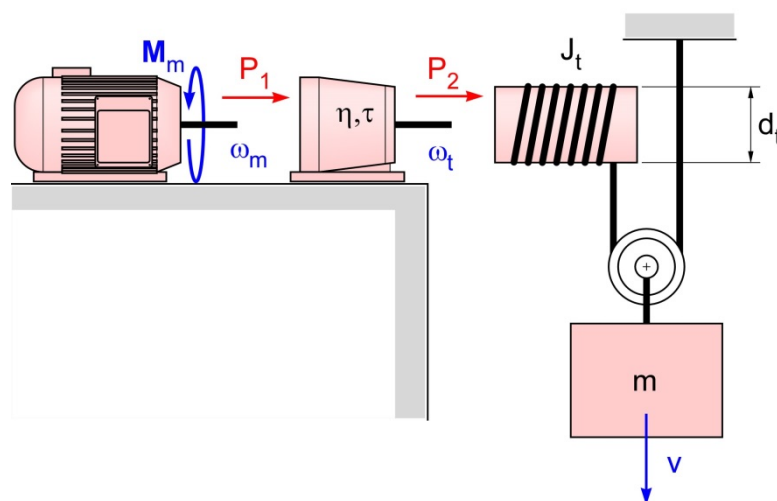
Ed.: De Agostini

Esercizio 6.33

Un argano è costituito da un motore elettrico di rotore con momento d'inerzia $J_m=0,01 \text{ kg m}^2$, un riduttore di rendimento $\eta=0,9$ e rapporto di trasmissione $\tau=1:10$ ed un tamburo di diametro $d_t=0,4 \text{ m}$ e momento d'inerzia $J_t=1,5 \text{ kg m}^2$; esso viene utilizzato per sollevare un carico di massa $m=100 \text{ kg}$ mediante una puleggia di rinvio di massa trascurabile. Calcolare la coppia che deve essere erogata dal motore per imprimere al carico una accelerazione verso l'alto $a=g/4$.



Svolgimento



Il flusso di potenza attraverso la trasmissione avviene in modo diretto; con riferimento alla figura precedente ed utilizzando l'equazione (6.58) del testo si può scrivere:

$$\begin{cases} M_m \omega_m - P_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_m \omega_m^2 \right) \\ P_2 = \eta P_1 \\ P_2 - mgv = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_t \omega_t^2 + \frac{1}{2} mv^2 \right) \end{cases} \quad (1)$$

che, eliminando P_1 e P_2 , permette di ricavare:

$$\eta M_m \omega_m - mgv = \eta \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_m \omega_m^2 \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_t \omega_t^2 + \frac{1}{2} mv^2 \right) \quad (2)$$

Nella (2) valgono le seguenti relazioni cinematiche:

$$\begin{cases} \omega_t = \tau \omega_m \\ v = \frac{1}{2} \omega_t \frac{d_t}{2} \end{cases} \quad (3)$$

Sostituendo le (3) in (2) si trova:

$$\eta M_m \omega_m - mg \frac{d_t}{4} \tau \omega_m = \eta J_m \omega_m \dot{\omega}_m + J_t \tau^2 \omega_m \dot{\omega}_m + m \frac{d_t^2}{16} \tau^2 \omega_m \dot{\omega}_m \quad (4)$$

da cui si ricava il valore della coppia motrice:

$$M_m = mg \frac{d_t}{4\eta} \tau + \frac{1}{\eta} \left(\eta J_m + J_t \tau^2 + m \frac{d_t^2}{16} \tau^2 \right) \dot{\omega}_m \quad (5)$$

L'accelerazione assegnata per il carico corrisponde ad una accelerazione angolare del motore di:

$$\dot{\omega}_m = \frac{4\dot{v}}{\tau d_t} = \frac{g}{\tau d_t} = 245 \text{ rad} / s^2 \quad (6)$$

che sostituita in (5) fornisce una coppia motrice pari a: $M_m = 20,17 \text{ Nm}$.